( Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat

programındaki yeri altta gösterilmiştir. )

**9. 4. Bölünebilme**

**9. 4. 1. Bölünebilme Kuralları  
 Sembol ve Gösterimler: EKOK , EBOB**

**9. 4. 1. 1. Tam sayılarda bölünebilme kurallarıyla ilgili problemler çözer.**

**2 , 3 , 4 , 5 , 8 , 9 , 10 , 11 ile bu sayılardan elde edilen 6 , 12 , 15 gibi sayıların bölünebilme kuralları ele alınır.**

**9. 4. 1. 2. Tam sayılarda EBOB ve EKOK ile ilgili uygulama- lar yapar.**

**A ) En az biri sıfırdan farklı olan iki veya daha fazla tam sayının EBOB ’u ve EKOK ’u asal çarpanların kuvvetlerin- den faydalanılarak buldurulur ve aralarındaki ilişki belirtilir.**

**B ) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.**

**C ) Öğrencilerin elektronik tablolarda bulunan EBOB ve EKOK fonksiyonlarından yararlanmaları sağlanır.**

**9. 4. 1. 3. Günlük hayatta periyodik olarak tekrar eden durumları içeren problemleri çözer.**

**Modüler aritmetiğe girilmeden periyodik durum içeren problemlere yer verilir.**

**4. ÜNİTE : BÖLÜNEBİLME.**

**BÖLÜNEBİLME.**

**Bölme İşlemi**

**Bölünen Bölen \*\*\* Bölünen = Bölen . Bölüm + Kalan**

**Bölüm olarak alınır.**

**Kalan \*\*\* Kalan < Bölen ve Bölen ≠ 0 olmalıdır.**

**Kalan = 0 ise bölünen sayı bölene “ tam bölünür ” denir.**

**Örnek : abab3 ab bölme işleminin sonucunda bölüm**

**ile kalanın toplamını bulunuz.**

**Soru : xyzxyzxy xyz bölme işleminin sonucunda bölümü**

**ve kalanı bulunuz.**

**Soru : . . . . . 316 işleminde bölünen sayının rakamları**

**27 toplamı kaçtır ?**

**193**

**Soru : 5x – 27 sayısı 3 + x ile bölündüğünde; bölüm 3, kalan 2 ise bu sayının 4 ile bölümünden kalanı bulunuz.**

**Soru : A B işleminde A tam sayısı en az kaç olur ?**

**15**

**12**

**Soru : K M M < 25 ise K tam sayısı en fazla kaç olur ?**

**9**

**N**

**Soru : A 3 B 6 ise ; A ) A sayısını C türünden**

**B C bulunuz.**

**2 5**

**B ) A sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır ?**

**Soru : K 8 M 6 ise K 12**

**M N**

**7 4 ?**

**Soru : Bir A sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 ’dir. Buna göre**

**3A + 12 sayısının 5 ile bölümünden kalanı bulunuz.**

**Bölünebilme Kuralları**

**1 ) 2 İle Bölenebilme Kuralı :**

**Birler basamağı çift olan sayılar 2 ile tam bölünür.**

**Soru : Rakamları farklı olan 2547m sayısı 2 ile tam bölünüyor-sa m sayılarının toplamı kaç olur ?**

**2 ) 3 İle Bölenebilme Kuralı : Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 3 ’ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünür.**

**Örneğin; 309681 ( 3 + 0 + 9 + + 8 + 1 = 21 = 7 . 3 ) ,**

**167 ( 1 + 6 + 7 = 12 = 4 . 3 ) sayıları 3 ile tam bölünür.**

**Soru : Alttaki sayılardan 3 ile tam bölünenleri belirleyiniz.**

**555 . . . 5**

**16 adet**

**9876543210**

**123123123 . . .**

**25 basamaklı ( Sayılar aynı şekilde devam ediyor )**

**Soru : Altı basamaklı 57a842 sayısı 3 ile tam bölünüyorsa a**

**yerine gelebilecek tam sayıların toplamı kaç olur ?**

**Soru : Dokuz basamaklı t564t3291 sayısı 3 ile tam bölünüyor-sa t yerine gelebilecek tam sayıların çarpımı kaç olur ?**

**Not : Verilen sayının rakamları toplanır. Toplamın 3 ile bölü-münden kalan, sayının 3 ile bölümünden kalan ile eştir.**

**Örnek : 1376408 sayısının 3 ile bölümünden kalan kaçtır ?**

**Soru : Otuz basamaklı 141414 . . . şeklinde tekrar eden sayının**

**3 ile bölümünden kalan kaçtır ?**

**Soru : 3m5m426 sayısının 3 ile bölümünden kalan 2 ise m ne olabilir ?**

**3 ) 4 İle Bölenebilme Kuralı :**

**Son iki basamağı 4 ’ün katı olan sayılar 4 ile tam bölünür. Kalanlı bölümüne son iki basamağın 4 ile bölümünden kalana bakılabilir.**

**Örneğin; 124 ( 24 = 6 . 4 ) , 240500 ( 00 = 0 . 4 ) sayıları 4**

**ile tam bölünür.**

**Soru : Dört basamaklı 57m2 sayısı 4 ile tam bölünüyorsa m yerine gelebilecek tam sayıların çarpımı kaç olur ?**

**Soru : Dört basamaklı 450m ile 32n4 sayıları 4 ile tam bölü-nüyorsa m ve n toplamı en fazla kaç olur ?**

**4 ) 5 İle Bölenebilme Kuralı :**

**Son basamağı 0 veya 5 olan sayılar 5 ile tam bölünür.**

**Soru : Altı basamaklı 5681tt sayısı hem 5 hem de 3 ile tam**

**bölünüyorsa t yerine gelebilecek tam sayı kaç olmalıdır ?**

**Soru : Dört basamaklı m28n sayısı hem 5 hem de 3 ile tam**

**bölünüyorsa m yerine gelebilecek kaç tam sayı vardır ?**

**Not : Verilen sayının birler basamağı;**

**A . 5 ’ten küçükse, sayının 5 ile bölümünden kalan bu sayıdır.**

**B . 5 ’ten büyükse bu sayıdan 5 çıkartılır. Sayının 5 ile bölümünden kalan bu farkın sonucudur.**

**Örnekler : Aşağıdaki sayıların 5 ile bölümünden kalan sayıyı**

**bulunuz.**

**1 ) 109567208 2 ) 67540178042**

**Soru : Dört basamaklı 352a sayısının 5 ile bölümünden kalan**

**3’ tür. Sayı aynı zamanda 3 ile de tam bölündüğüne göre, sayının rakamları toplamını bulunuz.**

**Soru : Üç basamaklı A5B sayısının 5 ile bölümünden kalan**

**1 ’dir. Sayı aynı zamanda 4 ile de tam bölünebilmektedir. A < B ise A yerine gelebilecek olan sayıların toplamı ne olur ?**

**Soru : Üç basamaklı 8ab sayısının 5 ile bölümünden kalan**

**2 ’dir. Sayı aynı zamanda 2 ve 3 ile de tam bölünüyorsa a yerine gelebilecek sayıların çarpımı kaç olmalıdır ?**

**5 ) 8 İle Bölenebilme Kuralı :**

**Son üç basamağı 8 ’in katı olan sayılar 8 ile tam bölünür. Kalanlı bölümüne son üç basamağın 8 ile bölümünden kalana bakılabilir.**

**Soru : 1234567890 ile 987654320 sayılarından 8 ile tam bölünen var mı kontrol ediniz.**

**Soru : 614m2 sayısı 8 ile tam bölünüyorsa m yerine gelebilecek sayıları bulunuz.**

**6 ) 9 İle Bölenebilme Kuralı :**

**Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 9 ’un katı olan sayılar, 9 ile tam bölünür.**

**Örneğin; 208647 ( 2 + 0 + 8 + 6 + 4 + 7 = 27 = 3 . 9 ) ,**

**27 ( 2 + 7 = 9 = 1 . 9 ) sayıları 9 ile tam bölünür.**

**Verilen sayının rakamları toplanır. Toplamın 9 ile bölümünden kalan, sayının 9 ile bölümünden kalan ile eştir.**

**Soru : 6812037965102 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaç-**

**tır ?**

**Soru : Yirmi altı basamaklı 626262 . . . şeklinde tekrar eden sayı-nın 9 ile bölümünden kalan kaçtır ?**

**Soru : Otuz iki basamaklı 253253253 . . . şeklinde tekrar eden**

**sayının 9 ile bölümünden kalan kaçtır ?**

**Soru : Yedi basamaklı 35m46m2 sayısı 9 ile tam bölünüyorsa m tam sayısı kaç olmalıdır ?**

**Soru : Yedi basamaklı 8mm742m sayısı 9 ile tam bölünüyorsa m tam sayılarının toplamı kaç olmalıdır ?**

**Soru : Dokuz basamaklı a6a5a708a sayısının 9 ile bölümünden**

**kalan 6 ise a ne olmalıdır ?**

**7 ) 10 İle Bölenebilme Kuralı :**

**Son basamağı 0 olan sayılar 10 ile tam bölünür.**

**Bir sayının 10 ile bölümünden kalan sayı, sayının birler basama-ğındaki sayıdır.**

**Soru : Yedi basamaklı 59a238b sayısı 10 ile 6 kalanlı bölünü-**

**yor. Sayı aynı zamanda 9 ile de tam bölünüyorsa a sayısı kaç olma-lıdır ?**

**8 ) 11 İle Bölenebilme Kuralı :**

**Verilen sayının en sağından başlayarak sırasıyla sayılara bir + bir – işareti verilir. Aynı işaretliler gruplandırılır ve toplanır. İki sonucun toplamı 11 ’in katı ise sayı 11 ile tam bölünür.**

**Örnek : 35201738 sayısı 11 ile tam bölünür mü ?**

**Soru : 72380 ile 435890023 sayılarının 11 ile tam bölünüp**

**bölünmediğini kontrol ediniz.**

**Soru : Yedi basamaklı 86a0572 sayısı 11 ile tam bölünüyorsa;**

**a tam sayısı kaç olmalıdır ?**

**Soru : Beş basamaklı 7x32y sayısı 11 ile tam bölünüyorsa;**

**A ) y – x işleminin sonucu tam sayı olarak kaç olabilir ?**

**B ) y – x ’in; negatif değeri için en büyük yx ile, pozitif değeri için en küçük yx sayısının toplamı kaç olur ?**

**Soru : Altı basamaklı b78a51 sayısı 11 ile tam bölünüyorsa;**

**A ) a – b işleminin sonucu tam sayı olarak kaç olabilir ?**

**B ) b78a51 sayısı en fazla kaç olabilir ?**

**Karışık Uygulamalar**

**6 ’ya tam bölünen sayılar hem 2 hem de 3 ile tam bölünürler.**

**12 ’ye tam bölünen sayılar hem 3 hem de 4 ile tam bölünürler.**

**15 ’e tam bölünen sayılar hem 3 hem de 5 ile tam bölünürler.**

**18 ’e tam bölünen sayılar hem 2 hem de 9 ile tam bölünürler.**

**. . .**

**Diğer durumlarda benzer şekilde önceki kurallardan faydalanı-larak bulunabilir.**

**Örnek : Beş basamaklı 4657a sayısı 6 ile tam bölünüyorsa a**

**değerleri ne olmalıdır ?**

**Soru : Yedi basamaklı x79x53x sayısı 18 ile tam bölünüyorsa x**

**sayısı ne olmalıdır ?**

**Soru : Altı basamaklı a551ab sayısı 30 ile tam bölünüyorsa a**

**sayılarının çarpımı ne olmalıdır ?**

**Soru : Altı basamaklı xyyxyx sayısı 45 ile tam bölünüyorsa y**

**sayılarının toplamı ne olmalıdır ?**

**Soru : Dört basamaklı 4a3b sayısı 15 ile tam bölünüyorsa a**

**yerine gelebilecek kaç değer vardır ?**

**Soru : Rakamları birbirinden farklı olan üç basamaklı 3pq sayısı**

**15 ile tam bölünüyorsa p yerine gelebilecek kaç değer vardır ?**

**Soru : Rakamları farklı dört basamaklı en büyük sayı aşağıdaki**

**sayılardan hangisine tam bölünür ?**

**10 12 15 18 9**

**Soru : Rakamları çift sayı olan en büyük dört basamaklı sayı aşağı-**

**daki sayılardan hangilerine tam bölünür ?**

**9 6 15 11 12 20**

**Soru : Dört basamaklı 5x3y sayısının 15 ile bölümünden kalan**

**1 ’dir. Buna göre x sayısının kaç farklı değer alabileceğini bulunuz.**

**( Not : 1 kalanı her iki kural ( 5 ve 3 ) için de kullanılır. )**

**Soru : Dört basamaklı 2a4b sayısının 30 ile bölümünden kalan**

**14 ’dür. Buna göre a sayısının kaç farklı değer alabileceğini bulunuz. ( Not : Kalan sayı 14 , 3 ve 10 ’dan büyük olduğundan 14 sayısı 10 ve 3 ’e ayrı ayrı bölünerek kalanlar bulunur. 14 ’ün 10 ile bölümünden kalan 4 , 3 ile bölümünden kalan ise 2’dir. )**

**Tanım : 1 ’den başka ortak pozitif tam sayı böleni olmayan sayma  
sayılarına “ aralarında asal sayılar ” denir.**

**Örneğin; 2 ile 5 , 11 ile 15 , 2 ile 2017, v . b. sayıları aralarında  
asal sayılardır.**

**Soru : 3 ile k sayısı aralarında asal sayılardır. k tek basamaklı bir sayma sayısı ise k sayılarının çarpımı ne olur ?**

**EBOB – EKOK.**

**İki ya da daha fazla sayıyı bölen en büyük doğal sayıya, bu sayıların “ en büyük ortak böleni ” adı verilir ve EBOB ile gösterilir.**

**İki ya da daha fazla doğal sayının ortak katı olan en küçük doğal sayıya, bu sayıların “ en küçük ortak katı ” adı verilir ve EKOK ile gösterilir.**

**\*\*\* Ortak bölenlerin çarpımı EBOB’u, tüm bölenlerin çarpımı ise EKOK ’u verir.**

**Örnek : 24 ile 30 sayılarının EBOB ve EKOK ’unu bulunuz.**

**Soru : 120 ile 144 sayılarının; A ) EBOB ve EKOK ’unu bulunuz.**

**B ) Dört basamaklı en büyük ortak katı kaçtır ? ( Bu durumda EKOK ’un katlarına bakılır. )**

**Soru : 150 , 300 ve 400 sayılarının EBOB ve EKOK ’unu bulunuz.**

**Soru : 4 , 6 ve 10 sayılarına bölünebilen 320 ’den büyük en küçük doğal sayıyı bulunuz.**

**Örnek : A = 12x + 22 = 6y + 4 = 8z – 2 eşitliğini sağlayan en küçük A sayısını bulunuz. ( Verilen gruba uygun sayı eklenir ya da**

**çıkartılır. Böylece her bir ifade bir sayının tam katını sağlar. Bu**

**katların EKOK ’u bulunur. Grup bu sayıya eşitlenir ve A bulunur. )**

**Soru : K = 8a + 11 = 10b – 17 = 9c + 3 eşitliğini sağlayan en küçük K sayısını bulunuz.**

**Soru : Bir çocuk bilyelerini 8 ’er dağıttığında 5 eksik, 9 ’ar dağıt-tığında 4 fazla, 15 ’er dağıttığında ise 10 fazla bilyesi kalıyor.**

**Çocuğun 1000 ’den az bilyesi varsa en fazla kaç bilyesi vardır ?**

**Not : Adet sorularında verilen sayıların EBOB ’u alınır. Kullanıla-cak olan sayıların toplamı EBOB ’a bölünür ve adet bulunur.**

**Örnek : 24 , 28 ve 32 lt’lik üç bidon su ile doludur. Bu bidonlar-daki sular eşit hacimli en büyük şişelere doldurulacaktır. Bunun**

**için en az kaç şişe gereklidir ?**

**Soru : Kenar uzunlukları 36 ve 60 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin etrafına eşit aralıklarla ağaç dikilecektir. Bunun için**

**en az kaç ağaç gereklidir ?**

**Not : İçerisinde geometrik şekil bulunan EBOB sorularında, veri-len uzunlukların EBOB ’u alınır. EBOB küçük şeklin bir kenarının**

**uzunluğunu verir.**

**Adet =**

**Örnek : Eni 140 , boyu 200 cm olan dikdörtgen şeklindeki banyo-nun tabanına eşit büyüklükte kare biçiminde fayans döşenecektir.**

**Bunun için en az kaç fayans gereklidir ?**

**Soru : Kenar uzunlukları 27 , 36 ve 45 cm olan içi boş dikdört-genler prizması eşit hacimli küplerle doldurulacaktır. Bunun için en**

**az kaç küp gereklidir ?**

**EBOB – EKOK Uygulamaları**

**Kural 1: a , b , k , m ∈ için EKOK ( a , b ) = k ve**

**EBOB ( a , b ) = m olsun. Hangi sayıların EKOK ’unun k ’yı ,**

**EBOB ’unun m ’yi verdiği deneme – yanılma yolu ile bulunabilir.**

**Soru : EKOK ’u 60 olan iki sayının toplamı;**

**A ) En fazla kaçtır ?**

**B ) En az kaçtır ?**

**Soru : EBOB ( a , b ) = 50 olan farklı iki a ve b pozitif sayıları için a + b en az kaç olabilir ?**

**Kural 2: a , b ∈ için**

**EBOB ( a , b ) . EKOK ( a , b ) = a . b olarak alınır.**

**Soru : EBOB ( 40 , x ) = 5 ve EKOK ( 40 , x ) = 120 ise x = ?**

**Kural 3: a , b ∈ için a ile b aralarında asal iseler**

**EBOB ( a , b ) = 1 ve EKOK ( a , b ) = a . b ’dir.**

**Soru : EBOB ( x , 24 ) = 1 ise bu şartı sağlayan 24 ’ten küçük kaç tane x pozitif tam sayısı vardır ?**

**Soru : EBOB ( a , b ) = 1 ve a . b = 60 ise bu şartı sağlayan kaç farklı ( a , b ) ikilisi vardır ?**

**Soru : x , y sayıları aralarında asal pozitif tam sayılardır.  
x + = 35 ve EKOK ( x , y ) = 150 olduğuna göre x sayı-sını bulunuz.**

**Soru : EBOB ( 2m – 1 , n + 6 ) = 1 ve = ise**

**m + n = ?**

**Kural 4: x , m , n ∈ ve m ≤ n ise;**

* **EBOB ( , ) = ( İki grubun en büyük ortak böle-ninde, üslü ifadelerden en küçük üsse sahip olanı sonuç olarak alınır. )**
* **EKOK ( , ) = ( İki grubun en küçük ortak katında, üslü ifadelerden en büyük üsse sahip olanı sonuç olarak alınır. )**

**Örnek : x , y , a , b ∈ olsun. x = . ve y = . ise x ile y ’nin EBOB ve EKOK ’unu bulunuz.**

**Soru : x , y , a , b , c ∈ olsun. x = . . c ve**

**y = . . ise = ?**

**Kural 5: x , y , a , b , k , t , m ∈ ve EBOB ( x , y ) = a ,**

**EKOK ( x , y ) = b olsun.**

* **EBOB ( k . x , k . y ) = k . a**
* **EBOB ( k . x , t . y ) = EBOB ( k , t ) . a**
* **EKOK ( k . x , k . y ) = k . b**
* **EKOK ( k . x , t . y ) = EKOK ( k , t ) . b**
* **EBOB ( , ) = , EKOK ( , ) =**

**olarak alınır.**

**Verilen maddelere benzer daha çok kural yazılabilir.**

**Soru : x , y ∈ olsun. EBOB ( x , y ) = 6 ,**

**EKOK ( x , y ) = 120 ise;**

**A ) EBOB ( 5x , 5y ) = ?**

**B ) EBOB ( 4x , 2y ) = ?**

**C ) EKOK ( 2x , 3y ) = ?**

**D ) EKOK ( x 2 , y 2 ) = ?**

**Günlük Hayatta Periyodik Olarak Tekrar Eden**

**Durumları İçeren Problemler**

**Periyodik ( belli aralıklarla yinelenen ) problemlerde, sonrası – öncesi için istenen periyot sayısına bölünür. Artan sayı için başlan-gıç 0 olarak kabul edilir ve artan sayıya kadar birer arttırırız. Geldiğimiz nokta sonucu verir.**

**Örnek : Bugün günlerden salı ise 156 gün sonra hangi gün ola-cağını bulunuz.**

**Soru : Şu an saat 24 saatlik zaman dilimine göre 14.15 ise 370 saat sonra saat kaç olur ?**

**Soru : Şu an nisan ayında olduğumuza göre 185 ay önce hangi**

**ayda bulunmuş oluruz.**

**Soru : Bir subay ilk nöbetini pazartesi günü tutuyor. Subay 4 gün-de bir nöbet tuttuğuna göre 100. nöbetini hangi gün tutar ?**

**Soru : Bir hemşire 3 günde bir nöbet tutmaktadır. 5. nöbetini cuma günü tuttuğuna göre 36. nöbetini hangi gün tutar ?**

**Soru : Sinemaya; Taha 12 günde, Aslı ise 20 günde bir gitmekte-dir. İkisi birlikte sinemaya cuma günü gittiklerine göre 5. kez bir-**

**likte gitmeleri hangi gün olur ?**

**Not : Sonrası – öncesi istenmeyen sıralı soru türlerinde başlangıç 1 olarak alınır.**

**Soru : 345013450134501 . . . şeklinde tekrar eden bir sayının soldan 572. basamağındaki rakamı bulunuz.**

**Soru :**

**Yukarıdaki şekilde bulunan beş lamba soldan sağa doğru sıra ile yanıp sönmektedir. Son lamba yandıktan sonra tekrar sırası ile sola doğru lambalar yanıp sönecektir. Buna göre bu döngüde 323. sıra-da yanacak olan lambanın hangi harﬂe gösterildiğini bulunuz.**

**( Böyle sorularda harfler sıraya konursa döngü ortaya çıkar. )**