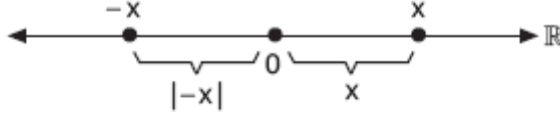


MUTLAK DEĞER

A. TANIM

Sayı doğrusu üzerinde x reel (gerçek) sayısının orijine olan uzaklığına x in mutlak değeri denir.

$|x|$ biçiminde gösterilir.



$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \text{ ise,} \\ 0, & x = 0 \text{ ise,} \\ -x, & x < 0 \text{ ise,} \end{cases}$$

Bütün x gerçel (reel) sayıları için, $|x| \geq 0$ dır.

B. MUTLAK DEĞERİN ÖZELİKLERİ

1. $|x| = |-x|$ ve $|a - b| = |b - a|$ dır.

2. $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

3. $|x^n| = |x|^n$

4. $y \neq 0$ olmak üzere,

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \text{ dır.}$$

5. $|x| - |y| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$

6. $a \geq 0$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$|x| = a$ ise, $x = a$ veya $x = -a$ dır.

7. $|x| = |y|$ ise, $x = y$ veya $x = -y$ dir.

8. x değişken a ve b sabit birer reel (gerçel) sayı olmak üzere,

$$|x - a| + |x - b|$$

ifadesinin en küçük değeri $a \leq x \leq b$ koşuluna uygun bir x değeri için bulunan sonuçtur.

9. x değişken a ve b sabit birer reel (gerçel) sayı ve

$$K = |x - a| - |x - b|$$

olmak üzere,

$x = a$ için K nin en küçük değeri, $x = b$ için K nin en büyük değeri bulunur.

10. a , pozitif sabit bir reel sayı olmak üzere,

a) $|x| < a$ ise, $-a < x < a$ dır.

b) $|x| \leq a$ ise, $-a \leq x \leq a$ dır.

11. a , pozitif sabit bir reel sayı olmak üzere,

a) $|x| > a$ ise, $x < -a$ veya $x > a$ dır.

b) $|x| \geq a$ ise, $x \leq -a$ veya $x \geq a$ dır.

• $a < b$ ve $c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$|x + a| + |x + b| = c$$

eşitliğinin çözüm kümesini bulmak için 2 yöntem vardır.

1. Yöntem

Mutlak deęerlerin içlerinin kökleri bulunur.

$x + a = 0$ ise, $x = -a$ dır.

$x + b = 0$ ise, $x = -b$ dir.

Buna göre, üç durum vardır. ($-b < -a$ olsun.)

$-b \leq x$, $-b < x \leq -a$ ve $x > -a$ dır. Bu üç durumda inceleme yapılır.

1. Durum

$-b \leq x$ ise, $-x - a - x - b = c$ olur. Bu denklemin kökü $-b \leq x$ koşulunu sağlıyorsa, verilen denklemin de köküdür.

2. Durum

$-b < x \leq -a$ ise, $-x - a + x + b = c$ olur.

Bu denklemin kökü $-b < x \leq -a$ koşulunu sağlıyorsa, verilen denklemin de köküdür.

3. Durum

$x > -a$ ise, $x + a + x + b = c$ olur. Bu denklemin kökü $x > -a$ koşulunu sağlıyorsa, verilen denklemin de köküdür.

3 durumdan elde edilen köklerin oluşturacağı küme, verilen denklemin çözüm kümesidir.

2. Yöntem

$a < b$ ve $c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$|x + a| + |x + b| = c \dots (\star)$$

eşitliğinin çözüm kümesinde aşağıdaki üç durum geçerlidir.

$(x + a = 0$ ise, $x = -a)$ ve $(x + b = 0$ ise, $x = -b)$

1. Sayı doğrusunda $-b$ ile $-a$ arasındaki uzaklık c ye eşit ise,

(\star) daki denklemin çözüm kümesi,

$$\mathcal{C} = [-b, -a] \text{ dır.}$$

2. Sayı doğrusunda $-b$ ile $-a$ arasındaki uzaklık c den büyük ise,

(\star) daki denklemin çözüm kümesi,

$$\mathcal{C} = \emptyset \text{ dir.}$$

3. Sayı doğrusunda $-b$ ile $-a$ arasındaki uzaklık c den küçük ise,

(☆) daki denklemi sağlayan iki sayı vardır. Bu sayıları bulmak için, c den, sayı doğrusunda – b ile –a arasındaki uzaklık çıkarılır, farkın yarısı bulunur. Son bulunan değeri D olsun. Buna göre, (☆) daki denklemi sağlayan sayılardan biri $-b - D$ diğeri $-a + D$ dir. Bu durumda (☆) daki denklemin çözüm kümesi,

Ç $\{-b - D, -a + D\}$ olur.