**KÜMELER**

**A. TANIM**

* **Küme**, nesnelerin iyi tanımlanmış listesidir.
* Kümeler genellikle A, B, C gibi büyük harflerle gösterilir.
* Kümeyi oluşturan ögelere, kümenin elemanı denir. a elemanı A kümesine ait ise, a  A biçiminde yazılır. **“a, A kümesinin elemanıdır.”** diye okunur. b elemanı A kümesine ait değilse, b  A biçiminde yazılır. **“b, A kümesinin elemanı değildir.”** diye okunur.
* Kümede, aynı eleman bir kez yazılır.
* Elemanların yerlerinin değiştirilmesi kümeyi değiştirmez.
* A kümesinin eleman sayısı s(A) ya da n(A) ile gösterilir.

**B. KÜMELERİN GÖSTERİLİŞİ**

Kümenin elemanları aşağıdaki 3 yolla gösterilebilir.

**1. Liste Yöntemi**

Kümenin elemanları { } sembolü içine, her bir elemanın arasına virgül konularak yazılır.

A = {a, b, {a, b, c}} ise, s(A) = 3 tür.

**2. Ortak Özelik Yöntemi**

Kümenin elemanlarını, daha somut ya da daha kolay algılanır biçimde gerektiğinde sözel, gerektiğinde matematiksel bir ifade olarak ortaya koyma biçimidir.

A = {x : (x in özeliği)}

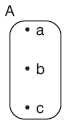
Burada **“x :”** ifadesi “öyle x lerden oluşur ki” diye okunur.

Bu ifade **“x |”** biçiminde de yazılabilir.

**3. Şema Yöntemi**

Küme, kapalı bir eğri içinde her eleman bir nokta ile gösterilip noktanın yanına elemanın adı yazılarak gösterilir.

Bu gösterime Venn Şeması ile gösterim denir.



**C. EŞİT KÜME, DENK KÜME**

Aynı elemanlardan oluşan kümelere **eşit kümeler** denir. Eleman sayıları eşit olan kümelere **denk kümeler** denir.

A kümesi B kümesine eşit ise A = B,

C kümesi D kümesine denk ise C  D

biçiminde gösterilir.

|  |
| --- |
| Eşit olan kümeler ayın zamanda denktir. Fakat denk kümeler eşit olmayabilir. |

**D. BOŞ KÜME**

Hiç bir elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir.

Boş küme { } ya da  sembolleri ile gösterilir.

|  |
| --- |
| {} ve {0} kümeleri boş küme olmayıp birer elemana sahip iki denk kümedir. |

**E. ALT KÜME - ÖZALT KÜME**

**1. Alt Küme**

A kümesinin her elemanı, B kümesinin de elemanı ise A ya B nin **alt kümesi** denir.

A kümesi B kümesinin alt kümesi ise A  B biçiminde gösterilir.

A kümesi B kümesinin alt kümesi ise B kümesi A kümesini kapsıyor denir. B  A biçiminde gösterilir.

C kümesi D kümesinin alt kümesi değilse C  D biçiminde gösterilir.

**2. Özalt Küme**

Bir kümenin, kendisinden farklı bütün alt kümelerine o kümenin **özalt kümeleri** denir.

**3. Alt Kümenin Özelikleri**

**i)** Her küme kendisinin alt kümesidir.

      A  A

**ii)** Boş küme her kümenin alt kümesidir.

        A

**iii)** (A  B ve B  A)  A = B dir.

**ıv)** (A  B ve B  C) ise, A  C dir.

**v)** n elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı 2n ve özalt kümelerinin sayısı 2n – 1 dir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Elemanları arasında a bulunan n elemanlı bir kümenin,  • alt kümelerinden **2n–1** tanesinde a bulunmaz.  • alt kümelerinden **2n–1** tanesinde a bulunur. |

|  |
| --- |
| n elemanlı bir kümenin r tane (n ³ r) elemanlı alt kümelerinin sayısı,  http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum2.gif  dir. |

|  |
| --- |
| n elemanlı bir kümenin 0 elemanlı (boş küme) ve n elemanlı alt kümeleri sayısı 1 dir.  http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum3.gif |

|  |
| --- |
| n elemanlı bir kümenin 1 elemanlı ve n – 1 elemanlı alt kümeleri sayısı n dir.  http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum4.gif |

|  |
| --- |
| n elemanlı bir kümenin; x elemanlı alt kümeleri sayısı, y elemanlı alt kümeleri sayısına eşit ise, x = y veya n = x + y dir.  http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum5.gif |

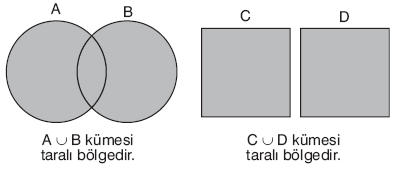
|  |
| --- |
| n elemanlı bir kümenin bütün alt kümeleri sayısı 2n olduğu için,  http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum6.gif |

**F. KÜMELERLE YAPILAN İŞLEMLER**

**1. Kümelerin Birleşimi**

A nın elemanlarından veya B nin elemanlarından oluşan kümeye bu iki kümenin **birleşim kümesi** denir ve A  B biçiminde gösterilir.

A  B = {x : x  A veya x  B} dir.



|  |  |
| --- | --- |
| http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum8.gif | F  E ise, E  F = E dir.  E  F ise, E  F = E dir. |

**2. Birleşim İşleminin Özelikleri**

**a)** A  = A

**b)** A  A = A

**c)** A  B = B  A

**d)** A  (B  C) = (A  B)  C

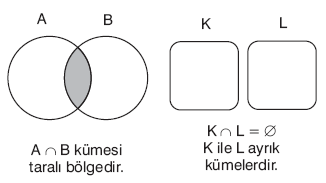
**e)** A  B ise, A  B = B

**f)** A  B =  ise, (A =  ve B = ) dir.

**3. Kümelerin Kesişimi**

A ve B kümesinin ortak elemanlarından oluşan kümeye A ile B nin **kesişim kümesi** denir ve A  B biçiminde gösterilir.

A  B = {x : x  A ve x  B} dir.



|  |  |
| --- | --- |
| http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum10.gif | F  E ise, E  F = F dir.  E  F ise, E  F = F dir. |

**4. Kesişim İşleminin Özelikleri**

**a)** A   = 

**b)** A  A = A

**c)** A  B = B  A

**d)** (A  B)  C = A  (B  C)

**e)** A  (B  C) = (A  B)  (A  C)

**f)** A  (B  C) = (A  B)  (A  C)

**G. EVRENSEL KÜME**

Üzerinde işlem yapılan, bütün kümeleri kapsayan kümeye, **evrensel küme** denir. Evrensel küme genellikle E ile gösterilir.

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum11.gif | E  A = A dır.  E  A = E dir.  A  E dir.  B  E dir. |

**H. BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ**

Evrensel kümenin elemanı olup, A kümesinin elemanı olmayan elemanlardan oluşan kümeye A nın tümleyeni denir ve http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum12.gifya da A' ile gösterilir.

A' = {x : x  E ve x  A, A  E} dir.

**Tümleyenin Özelikleri**

1. Bir kümenin tümleyeninin tümleyeni kendisidir.  
   Buna göre, (A')' = A olur.
2. Evrensel kümenin tümleyeni boş kümedir. Buna göre, E' =  olur.
3. Boş kümenin tümleyeni evrensel kümedir. Buna göre, ' = E olur.
4. Bir kümenin eleman sayısı ile o kümenin tümleyeninin eleman sayısı toplamı evrensel kümenin eleman sayısına eşittir. Buna göre,

**s(A) + s(A') = s(E) olur.**

1. A  B ise, B'  A' dir.
2. B'  A' ise, A  B dir.
3. E, evrensel küme olmak üzere, A  A' = E dir.
4. A  A' =  dir.
5. (A  B)' = A'  B'
6. (A  B)' = A'  B'
7. E, evrensel küme olmak üzere, E  A' = E dir.
8. E, evrensel küme olmak üzere, E  A' = A' dir.

**I. KUVVET KÜMESİ**

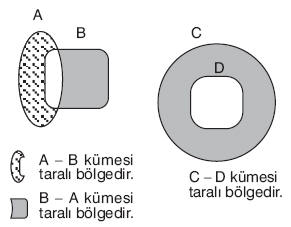
Bir kümenin bütün alt kümelerin kümesine kuvvet kümesi denir. Kuvvet kümesi P(A) ile gösterilir.

**s(A) = n ise, s(P(A)) = 2n** dir.

**J. İKİ KÜMENİN FARKI**

A kümesinde olup, B kümesinde olmayan elemanların kümesine A fark B kümesi denir. A fark B kümesi A – B ya da A \ B biçiminde gösterilir.

A – B = {x : x  A ve x  B} dir.



**Farkla İlgili Özelikler**

A, B, C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere,

**i)** E – A = A'

**ii)** A – B = A  B'

**iii)** (A – B)' = A'  B dir.

**iv)** (A – B)  (B – A) = A  B (Simetrik Fark)

**K. ELEMAN SAYISI**

A, B, C herhangi birer küme olmak üzere,

1. s(A  B) = s(A) + s(B) – s(A  B)
2. s(A  B  C) = s(A) + s(B) + s(C) – s(A  B) – s(A  C)

– s(B  C) + s(A  B  C)

1. s(A  B) = s(A – B) + s(A  B) + s(B – A)
2. a + b + c + d tane öğrencinin bulunduğu bir sınıfta voleybol oynayan öğrencilerin sayısı s(V) = b + c, tenis oynayan öğrencilerin sayısı s(T) = a + b, voleybol ve tenis oynayan öğrencilerin sayısı s(T  V) = b olsun.

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum14.gif | Şemadaki a, b, c, d bulundukları bölgelerin (kümelerin) eleman sayılarını göstermektedir. |

Tenis veya voleybol oynayanların sayısı:

      s(T  V) = a + b + c

Tenis ya da voleybol oynayanların sayısı:

      s(T – V) + s(V – T) = a + c

Sadece tenis oynayanların sayısı:

      s(T – V) = a

Tenis oynamayanların sayısı:

      s(T') = c + d

Bu iki oyundan en az birini oynayanların sayısı:

      s(T  V) = a + b + c

Bu iki oyundan en çok birini oynayanların sayısı:

http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum15.gif

Bu iki oyundan hiç birini oynamayanların sayısı:

http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum16.gif

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Bir apartmanda A gazetesini alan herkes B gazetesini almaktadır. B gazetesini alanlardan C gazetesini alan yoktur.   |  |  | | --- | --- | | http://www.sanaldersane.com/KonuAnlat/oss_ka_mat1_resim/ka_mat1_14_Kumeler/14_Kum17.gif | Apartmandakilerin kümesi K, A gazetesini alanların kümesi A, B gazetesini alanların kümesi B, C gazetesini alanların kümesi C olmak üzere, yandaki şemada x, y, z, t bulundukları bölgelerin eleman sayılarını göstermektedir. | |